

О КАЖУЩЕМСЯ ПАРАДОКСЕ В ТЕОРИИ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА AN APPARENT PARADOX OF THE LATERAL BENDING THEORY

Корсун М.Г., преподаватель, КИ СумГУ, Сумы
Korsun M.G., lector, KI SumSU, Sumy

Для балки, показанной на рисунке, согласно технической теории изгиба можно найти прогиб конца в виде

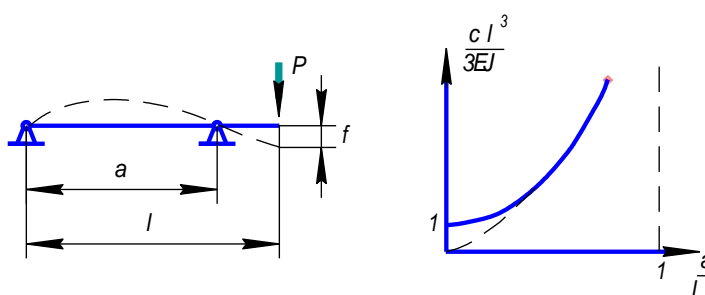
$$f = Pl(1 - a)^2 / 3EI ,$$

где коэффициент жесткости определяется выражением

$$c = 3EI / l(1 - a)^2 .$$

Если привести к безразмерному виду, то будем иметь

$$cl^3 / 3EI = 1 / (1 - (a/l))^2 (1 - a/l)^2 .$$



Легко видеть, что при $a \rightarrow 0$ коэффициент жесткости оказывается отличным от нуля - ведь в этом предельном случае обе опоры точно совпадают и система из геометрически неизменяемой превращается в механизм, неспособным сопротивляться, т.е. жесткость должна быть равной нулю.

Этот парадокс объясняется следующим образом. При $a \rightarrow 0$ начинают увеличиваться опорные реакции. Однако при больших поперечных силах нельзя пользоваться обычной теорией изгиба. Если приближенно учесть сдвиги, то получим другое выражение для коэффициента жесткости.

$$c = 3EI / [\ell(\ell - a)^2 (1 + 3Er^2 / a\ell G)] ,$$

где G - модуль сдвига, r - радиус инерции сечения балки.